

## E K S A M E N

Emnekode: MA-143

Emnenavn: Biostatistikk

Dato: 09. mai 2019

Varighet: 0900 – 1400

Antall sider: 4 sider med oppgaver og 6 sider formelark.

Tillatte hjelpemidler: Kun skrivesaker og kalkulator.

Merknader: De 20 deloppgavene (dvs 1(a), 1(b) osv) teller i utgangspunktet likt.

Det gis ikke ekstrapoeng for lange svar; svar heller kort og presist! **Lykke til!** ☺

---

### OPPGAVE 1

En undersøkelse av sammenhengen mellom to variabler,  $X$  og  $Y$ , har gitt følgende tre datapar:

$X:$     2       4       6

$Y:$     1       5       6

- (a) Lag spredningsdiagrammet (spredningsplottet) til datapunktene.
- (b) Vis ved regning at de empiriske standardavvikene for de to variablene blir henholdsvis:  $s_x = 2.00$  og  $s_y = 2.65$ .
- (c) (i) Vis ved regning at empirisk kovarians blir:  $s_{xy} = 5.00$ .  
(ii) Beregn empirisk korrelasjon  $r$ .
- (d) (i) Beregn stigningstallet til regresjonslinja til datapunktene.  
(ii) Beregn hvor stor andel av variasjonen til  $y$ -variabelen som kan forklares ved regresjonslinja.
- (e) Kommentér påstanden: «Å vite at ei regresjonslinje har positivt stigningstall, og at den forklarer en stor andel av variasjonen til  $y$ -variabelen, er ikke tilstrekkelig informasjon til å fastslå at det er samvariasjon mellom variablene  $X$  og  $Y$ ».

## OPPGAVE 2

Det er samlet inn data ved å velge tilfeldig 250 personer fra en populasjon, og bedt dem svare på om de brukte tran regelmessig gjennom vinteren (Ja/Nei), og om de ble forkjølet i løpet av vinteren (Ja/Nei). Resultatene går fram av krysstabellen nedenfor:

	Tran:Ja	Tran:Nei	Totalt
Forkjølet:Ja	60	50	110
Forkjølet:Nei	100	40	140
Totalt	160	90	250

Det skal utføres en kji kvadrat:uavhengighetstest med hensyn til følgende hypoteser:

$H_0$ : Det er uavhengighet mellom bruk av tran og det å bli forkjølet.

$H_1$ : Det er avhengighet mellom bruk av tran og det å bli forkjølet.

- (a) Forklar kort hvordan man kan beregne forventningverdiene i de fire cellene i krysstabellen.
- (b)
  - (i) Beregn forventningsverdiene til de fire cellene i krysstabellen.
  - (ii) Angi betingelsen for at man kan utføre en kji kvadrat:uavhengighetstest
- (c) Utfør hypotesetesten på signifikansnivå 5% nivå. (Ikke bruk tid på selv å regne ut testobservatorverdien; benytt at den er  $Q = 7.62$ )
- (d) Forklar kort hva som menes med at testen er utført på signifikansnivå 5%.
- (e) Kommentér påstanden: «Konklusjonen i hypotesetesten viser at hvis man bruker tran, så reduseres sannsynligheten for å bli forkjølet».

Data fra undersøkelsen skal nå benyttes til å anslå andelen av populasjonen som ble forkjølet i løpet av vinteren.

- (f) Beregn punktestimatet for denne andelen, og sjekk forutsetningen for at man kan lage et konfidensintervall om dette punktestimatet.
- (g) Lag et 95% konfidensintervall for andelen.
- (h) Forklar kort hvordan 95% - konfidensintervallet kan tolkes.

### OPPGAVE 3

Anta at en analysemetode med hensyn til et stoff  $W$  i blod har følgende egenskaper:

$X =$  Målt konsentrasjon av stoff  $W$  i blodprøven,  $X \sim N(\mu, \sigma)$ ,

der  $\mu$  er faktisk konsentrasjon av stoff  $W$  i blodprøven, og standardavviket  $\sigma = 0.05$ .

Anta at i en gitt blodprøve er  $\mu = 0.37$ , og anta at denne verdien estimeres ved å beregne gjennomsnittet  $\bar{X}$  av  $n = 3$  målinger.

- (a) Lag et 95% spredningsintervall for  $\bar{X}$ .
- (b) Forklar kort hvordan spredningsintervallet kan tolkes.

Anta at to blodprøver, 1 og 2, skal analyseres mht konsentrasjon av stoff  $W$  – og nå kjenner man *ikke* den faktiske konsentrasjonen i blodprøvene; dvs  $\mu_1$  og  $\mu_2$  er ukjente størrelser.

Anta videre at man *ikke* kjenner standardavviket  $\sigma$  til slike analyser, men man antar at standardavviket er det samme uavhengig av konsentrasjon av stoff  $W$ .

Resultat av  $n = 3$  målinger fra hver blodprøve:

Blodprøve 1:  $\bar{x}_1 = 0.44$ ,  $s_{x_1} = 0.06$

Blodprøve 2:  $\bar{x}_2 = 0.32$ ,  $s_{x_2} = 0.04$

Man ønsker å estimere forskjellen i konsentrasjon i de to blodprøvene;

$D = \mu_1 - \mu_2$  skal estimeres ved estimatoren  $\hat{D} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$ .

- (c) Beregn  $s_p$  og estimert  $SE(\hat{D})$ .
- (d) Lag et 95% konfidensintervall for  $D$ .
- (e) Benytt konfidensintervallet til å konkludere med hensyn til følgende hypotesetest:  $H_0: D = 0$  vs  $H_1: D \neq 0$ .

## OPPGAVE 4

Tre sovemedisiner 1, 2 og 3 skal undersøkes med hensyn til om det har noen betydning for søvnlengden *hvilken* av de tre sovemedisinene som benyttes.

Man ønsker å utføre følgende hypotesetest:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \text{ vs } H_1: \text{Ikke alle } \mu_i \text{ er like,}$$

der  $\mu_i$  er gjennomsnittlig søvnlengde til en person som benytter sovemedisin  $i$ .

Testen skal utføres gjennom variansanalyse (ANOVA).

En mulighet er å utføre en enveis-ANOVA.

- (a) (i) Angi kort hovedideen (uten å gå i detalj mht beregninger) i den statistiske metoden enveis-ANOVA.
- (ii) Angi kort betingelsene som må være oppfylt for å kunne gjøre en enveis-ANOVA.

Man bestemmer seg for ikke å utføre en enveis-ANOVA, men heller gjøre en toveis-ANOVA. Den siste delen av Excel-utskriften knyttet til en toveis-ANOVA av data med hensyn til de tre medisinene, er angitt nedenfor. Det antas at betingelsene til å utføre en toveis-ANOVA er tilfredsstillt. Testen er utført på signifikansnivå 5%.

Variasjonskilde	SS	df (fg)	MS (GK)	F	P-verdi	F-krit
Person	15,83333333	5	3,16666667	19	8,1196E-05	3,32583453
Medisin	3	2	1,5	9	0,00581045	4,10282102
Feil	1,66666667	10	0,16666667			
Totalt	20,5	17				

- (b) (i) Angi kort hvorfor det vil være fordelaktig å utføre en toveis-ANOVA fremfor en enveis-ANOVA i denne undersøkelsen.
- (ii) Benytt Excel-utskriften til å konkludere med hensyn til hypotesetesten; angi kort hvordan dette kan gjøres på to måter.

## Formelark eksamen MA-143:

### Statistikk for bioingeniører og biologer

$$E(X) = \mu = \sum x_i P(X = x_i), \quad \text{Var}(X) = \sum (x_i - \mu)^2 P(X = x_i)$$

$$\text{Binomisk: } E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1 - p)$$

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}, \quad S_{XY} = \frac{\sum (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n-1}, \quad r = \frac{S_{XY}}{S_X \cdot S_Y}$$

$$SE(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad SE(\hat{p}) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$\text{Standardisering: } \frac{\hat{\theta} - E(\hat{\theta})}{SE(\hat{\theta})}$$

$$\text{Uparet t-test: } S_p = \sqrt{\frac{(n_X-1)S_X^2 + (n_Y-1)S_Y^2}{n_X + n_Y - 2}}$$

$$SE(\hat{D}) = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}, \quad df = n_1 + n_2 - 2$$

$$\text{Paret t-test: } SE(\bar{D}) = \frac{S_D}{\sqrt{n}}, \quad df = n - 1$$

$$\text{Kjikkvadrattest: } Q = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

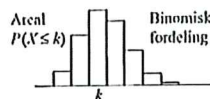
df: Uavhengighetstest:  $(r-1)(k-1)$ . Modelltest:  $n-1$

Tabellene E1, E3, E4, E5 og E6 er hentet fra 3. utgave av læreboka:

«Statistikk for universiteter og høyskoler» av Gunnar Løvås (Universitetsforlaget)

## E.1 Kumulativ binomisk sannsynlighet

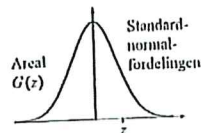
Tabellen viser  $P(X \leq k)$  for forskjellige valg av  $k$  og parametrene  $n$  og  $p$ .



	k	Sannsynlighet p												
		0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99
n=2	0	,980	,903	,810	,640	,490	,360	,250	,160	,090	,040	,010	,003	,000
	1	1,000	,998	,990	,960	,910	,840	,750	,640	,510	,360	,190	,098	,020
n=3	0	,970	,857	,729	,512	,343	,216	,125	,064	,027	,008	,001	,000	,000
	1	1,000	,993	,972	,896	,784	,648	,500	,352	,216	,104	,028	,007	,000
n=4	0	,961	,815	,656	,410	,240	,130	,063	,026	,008	,002	,000	,000	,000
	1	,999	,986	,948	,819	,652	,475	,313	,179	,084	,027	,004	,000	,000
n=5	0	,951	,774	,590	,328	,168	,078	,031	,010	,002	,000	,000	,000	,000
	1	,999	,977	,919	,737	,528	,337	,188	,087	,031	,007	,000	,000	,000
n=6	0	,941	,735	,531	,262	,118	,047	,016	,004	,001	,000	,000	,000	,000
	1	,999	,967	,886	,655	,420	,233	,109	,041	,011	,002	,000	,000	,000
n=7	0	,932	,698	,478	,210	,082	,028	,008	,002	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,998	,956	,850	,577	,329	,159	,063	,019	,004	,000	,000	,000	,000
n=8	0	,923	,663	,430	,168	,058	,017	,004	,001	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,997	,943	,813	,503	,255	,106	,035	,009	,001	,000	,000	,000	,000
n=9	0	,914	,630	,387	,134	,040	,010	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,997	,929	,775	,436	,196	,071	,020	,004	,000	,000	,000	,000	,000
n=10	0	,904	,599	,349	,107	,028	,006	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,996	,914	,736	,376	,149	,046	,011	,002	,000	,000	,000	,000	,000
n=11	0	,895	,570	,300	,078	,017	,004	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,995	,888	,688	,328	,128	,045	,012	,002	,000	,000	,000	,000	,000
n=12	0	,886	,541	,271	,049	,016	,003	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,994	,877	,657	,287	,107	,032	,012	,002	,000	,000	,000	,000	,000
n=13	0	,877	,504	,242	,020	,015	,002	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,993	,865	,617	,242	,086	,023	,007	,001	,000	,000	,000	,000	,000
n=14	0	,868	,467	,213	,001	,014	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,992	,854	,570	,183	,055	,017	,003	,001	,000	,000	,000	,000	,000
n=15	0	,859	,430	,184	,000	,013	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,991	,841	,523	,143	,036	,010	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=16	0	,850	,393	,155	,000	,012	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,990	,832	,496	,102	,029	,007	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=17	0	,841	,356	,126	,000	,011	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,989	,823	,449	,061	,016	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=18	0	,832	,319	,097	,000	,010	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,988	,810	,402	,020	,005	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=19	0	,823	,282	,068	,000	,009	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,987	,797	,345	,001	,004	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=20	0	,814	,245	,039	,000	,008	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,986	,784	,298	,000	,003	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=21	0	,805	,208	,010	,000	,007	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,985	,771	,251	,000	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=22	0	,796	,171	,001	,000	,006	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,984	,758	,204	,000	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=23	0	,787	,134	,000	,000	,005	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,983	,745	,147	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=24	0	,778	,097	,000	,000	,004	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,982	,732	,110	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=25	0	,769	,060	,000	,000	,003	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,981	,719	,063	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=26	0	,760	,023	,000	,000	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,980	,706	,056	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=27	0	,751	,000	,000	,000	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,979	,693	,039	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=28	0	,742	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,978	,680	,022	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=29	0	,733	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,977	,667	,005	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=30	0	,724	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,976	,654	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=31	0	,715	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,975	,641	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=32	0	,706	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,974	,628	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=33	0	,697	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,973	,615	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=34	0	,688	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,972	,602	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=35	0	,679	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,971	,589	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=36	0	,670	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,970	,576	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=37	0	,661	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,969	,563	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=38	0	,652	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,968	,550	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=39	0	,643	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,967	,537	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=40	0	,634	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,966	,524	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=41	0	,625	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,965	,511	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=42	0	,616	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,964	,498	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=43	0	,607	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,963	,485	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=44	0	,598	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,962	,472	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=45	0	,589	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,961	,459	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=46	0	,580	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,960	,446	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=47	0	,571	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,959	,433	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=48	0	,562	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,958	,420	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=49	0	,553	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,957	,407	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=50	0	,544	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,956	,394	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
n=51	0	,535	,000	,00										

### E.3 Kumulativ standardnormalfordeling

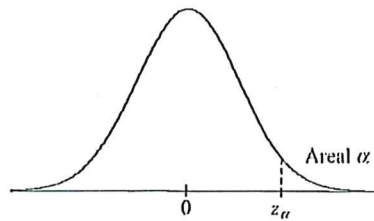
Tabellen viser Gauss-funksjonen  $G(z)$  for forskjellige valg av  $z$ .



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	,0013	,0013	,0013	,0012	,0012	,0011	,0011	,0011	,0010	,0010
-2,90	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,80	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,70	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,60	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,50	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,40	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,30	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,20	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,10	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,00	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,90	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-1,80	,0359	,0351	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,70	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,60	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,50	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,40	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,30	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,20	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,10	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,00	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,90	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,80	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,70	,2420	,2389	,2358	,2327	,2296	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,60	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,50	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,40	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,30	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,20	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,10	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,00	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
0,00	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,10	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,20	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,30	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,40	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,50	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,60	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,70	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,80	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,90	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,00	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,10	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,20	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,30	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,40	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,50	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,60	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,70	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,80	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,90	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,00	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,10	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,20	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,30	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,40	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,50	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,60	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,70	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,80	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,90	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,00	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990

Verden til  $G(z)$  er beregnet med Excel-funksjonen `NORMALFORDELING(z;0;1;1)`.

## E.4 Standardnormalfordelingens kvantiltabell



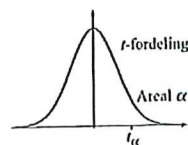
$\alpha$	$z_\alpha$
0.100	1.282
0.050	1.645
0.025	1.960
0.010	2.326
0.005	2.576
0.001	3.090

009  
 010  
 014  
 019  
 026  
 036  
 048  
 064  
 084  
 110  
 143  
 183  
 233  
 294  
 367  
 455  
 559  
 681  
 823  
 985  
 170  
 379  
 611  
 867  
 148  
 451  
 776  
 121  
 483  
 859  
 247  
 641  
 359  
 753  
 141  
 517  
 879  
 224  
 549  
 852  
 133  
 389  
 621  
 830  
 015  
 177  
 319  
 441  
 545  
 633  
 706  
 767  
 817  
 857  
 890  
 916  
 930  
 952  
 964  
 974  
 981  
 986  
 990



E.5 *t*-fordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien  $t_{\alpha}$  for forskjellige valg av nivået  $\alpha$ .

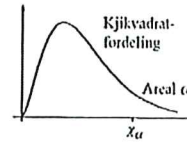


Anfall frihetsgrader	Areal <i>alfa</i>					
	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
31	0,682	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744
32	0,682	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738
33	0,682	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733
34	0,682	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,678	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
1000	0,675	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
10000	0,675	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576

Verdlen  $t_{\alpha}$  er beregnet av Excel-funksjonen  $TINV(2 \cdot \alpha; \text{frihetsgrad})$ .

## E.6 Kjikvadratfordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien  $\chi_\alpha$  for forskjellige valg av nivået  $\alpha$ .



Antall frihetsgrader	Areal $\alpha$						Areal $\alpha$					
	0,998	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,002
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	9,55
2	0,00	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	12,43
3	0,04	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	14,80
4	0,13	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	16,92
5	0,28	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	18,91
6	0,49	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	20,79
7	0,74	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	22,60
8	1,04	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	24,35
9	1,37	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	26,06
10	1,73	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	27,72
11	2,13	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76	29,35
12	2,54	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	30,96
13	2,98	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	32,54
14	3,44	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	34,09
15	3,92	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	35,63
16	4,41	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	37,15
17	4,92	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	38,65
18	5,44	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	40,14
19	5,97	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	41,61
20	6,51	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	43,07
21	7,07	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	44,52
22	7,64	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	45,96
23	8,21	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	47,39
24	8,80	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	48,81
25	9,39	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	50,22
26	9,99	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	51,63
27	10,60	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65	53,02
28	11,21	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	54,41
29	11,83	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	55,79
30	12,46	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	57,17
31	13,10	14,46	15,66	17,54	19,28	21,43	41,42	44,99	48,23	52,19	55,00	58,54
32	13,73	15,13	16,36	18,29	20,07	22,27	42,58	46,19	49,48	53,49	56,33	59,90
33	14,38	15,82	17,07	19,05	20,87	23,11	43,75	47,40	50,73	54,78	57,65	61,26
34	15,03	16,50	17,79	19,81	21,66	23,95	44,90	48,60	51,97	56,06	58,96	62,61
35	15,69	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27	63,95
40	19,03	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77	70,62
45	22,48	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17	77,18
50	26,01	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49	83,66
60	33,27	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95	96,40
70	40,75	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21	108,93
80	48,40	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32	121,28
100	64,11	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17	145,58

Tabellverdiene er beregnet med Excel-funksjonen INVERS.KJI.FORDELING(alfa;frihetsgrad).

For et høyere antall frihetsgrader ( $n$ ) kan du benytte formelen  $\chi_\alpha = n + z_\alpha \sqrt{2n}$ , der  $z_\alpha$  er den tilsvarende kritiske verdien for normalfordelingen (se tabell E.4).